

# Análise da Eletrodinâmica Escalar Generalizada de Bopp-Podolsky na Frente de Luz com Ênfase no Cálculo de Propagadores

Trabalho de mestrado: Ilane G. Oliveira  
Orientador: Jorge Henrique de O. Sales  
Coorientador: Ronaldo S. Thibes



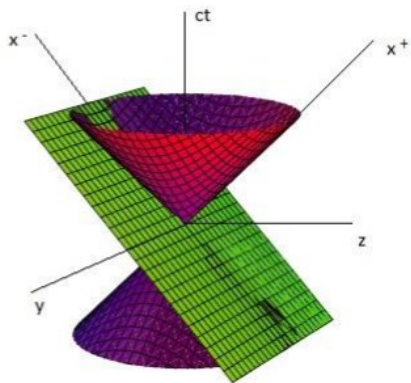
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Departamento de Ciências Exatas e Naturais  
V Ciclo de Seminários de Física

16 de setembro de 2019

- Motivação Inicial e Objetivos
- Dinâmica da Frente de Luz
- Eletrodinâmica Generalizada de Bopp-Podolsky
- Propagadores
- Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida
- Resultados e Perspectivas

- Descrever a eletrodinâmica de Podolsky na Frente de luz.
- Obter todos os propagadores do modelo de Podolsky na Frente de luz.
- Obter uma forma sistemática de conversão de Minkowski / Frente de luz.
- Descrever o modelo de ordem reduzida na Frente de luz

- D'alembert - 1750
- Paul Dirac - 1949



Os quadrivetores espaço são definidos na frente de luz por

$$x = (x^+; x^1; x^2; x^-) = (x^+; \mathbf{x}^\perp; x^-),$$

onde  $\mathbf{x}^\perp = (x^1, x^2)$ .

Introduzimos a seguinte notação:

	Minkowski	Frente de Luz
Índices	$\mu, \nu, \lambda, \rho$ , etc	$a, b, c, d$ , etc
Valores assumidos	$\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$	$a, b = +, 1, 2, -$
Vetor Contravariante	$x^\mu$	$x^a$
Vetor Covariante	$x_\mu$	$x_a$

A transformação de coordenadas contravariante de Minkowski para frente de luz ( $x^\mu \rightarrow x^a$ ) é escrita como

$$\left\{ \begin{array}{l} x^+ = \frac{\sqrt{2}}{2} (x^0 + x^3) \\ x^1 = x^1 \\ x^2 = x^2 \\ x^- = \frac{\sqrt{2}}{2} (x^0 - x^3) \end{array} \right. \quad (1)$$

sendo a transformação inversa ( $x^a \rightarrow x^\mu$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} x^0 = \frac{\sqrt{2}}{2} (x^+ + x^-) \\ x^1 = x^1 \\ x^2 = x^2 \\ x^3 = \frac{\sqrt{2}}{2} (x^+ - x^-). \end{array} \right. \quad (2)$$

A partir do tensor métrico de Minkowski  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  podemos definir

$$\eta^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \eta_{ab} \quad (3)$$

com os índices latinos variando de  $a, b = +, 1, 2, -$ .

# Dinâmica da Frente de Luz

Podemos resumir a transformação das coordenadas de frente de luz com suas matrizes inversíveis como

$$x^a = M^a_{\mu} x^{\mu} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} x^+ \\ x^1 \\ x^2 \\ x^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

e

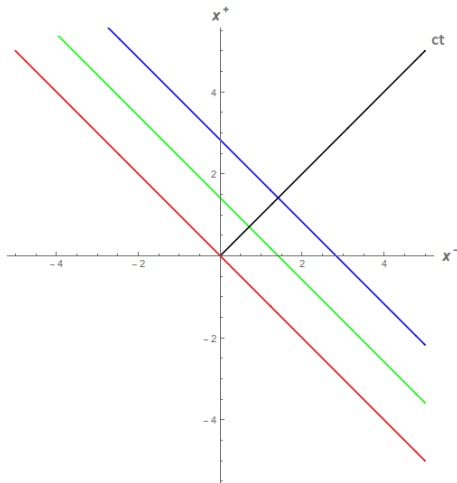
$$x_a = N_a^{\mu} x_{\mu} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} x_+ \\ x_1 \\ x_2 \\ x_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (7)$$



# Dinâmica da Frente de Luz

- Na figura abaixo observamos um plano que é tangente ao cone de luz e encontra-se perpendicular a componente  $x^-$ .



Fritz Bopp

BOPP, F. **Ann. Phys.** 38, 345, 1940.



Boris Podolsky

PODOLSKY, B. **A Generalized Eletrodynamics - Part I-Non-Quantum.** Physical Review, vol 62, 68 (1942).



Fritz Bopp

BOPP, F. **Ann. Phys.** 38, 345, 1940.



Boris Podolsky

PODOLSKY, B. **A Generalized Eletrodynamics - Part I-Non-Quantum.** Physical Review, vol 62, 68 (1942).



$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\rho F_{\mu\rho}. \quad (8)$$

Consideremos a interação de uma partícula de spin nulo dada pela lagrangiana

$$\mathcal{L}_{int} = ieA_\mu [\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi] + e^2 A^2 |\phi|^2. \quad (9)$$

A dinâmica para os campos  $\phi$  e  $A_\mu$  é dada respectivamente pelas lagrangianas

$$\mathcal{L}_\phi = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi, \quad (10)$$

e

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho}. \quad (11)$$

O  $F_{\mu\nu}$  denota o tensor de força de campo dado por

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (12)$$

que é trivialmente invariante

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \Lambda \quad (13)$$

Em relação ao campo escalar  $\phi$ , a densidade lagrangiana

# Eletrodinâmica Generalizada de Bopp-Podolsky

O  $F_{\mu\nu}$  denota o tensor de força de campo dado por

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (12)$$

que é trivialmente invariante

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \Lambda \quad (13)$$

Em relação ao campo escalar  $\phi$ , a densidade lagrangiana

$\mathcal{L}_\phi = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi$  não é invariante sob

$$\phi \rightarrow e^{i\Lambda} \phi, \quad (14)$$

transformando como

$$\mathcal{L}_\phi \rightarrow \mathcal{L}_\phi + i\partial_\mu \Lambda [\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi] + |\phi|^2 \partial_\mu \Lambda \partial^\mu \Lambda. \quad (15)$$

A densidade lagrangiana  $\mathcal{L}_{int} = ieA_\mu [\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi] + e^2 A^2 |\phi|^2$  pode ser pensada como resultante da substituição da derivada ordinária em (10)

$$\mathcal{L}_\phi = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi$$

A densidade lagrangiana  $\mathcal{L}_{int} = ieA_\mu [\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi] + e^2 A^2 |\phi|^2$  pode ser pensada como resultante da substituição da derivada ordinária em (10)

$$\mathcal{L}_\phi = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi$$



A densidade lagrangiana  $\mathcal{L}_{int} = ieA_\mu [\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi] + e^2 A^2 |\phi|^2$  pode ser pensada como resultante da substituição da derivada ordinária em (10)

$$\mathcal{L}_\phi = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi$$

A densidade lagrangiana  $\mathcal{L}_{int} = ieA_\mu [\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi] + e^2 A^2 |\phi|^2$  pode ser pensada como resultante da substituição da derivada ordinária em (10)

$\mathcal{L}_\phi = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi$  pela covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu \quad (16)$$

ao exigir estacionariedade da ação total

$$S = \int d^4x [\mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_{int}] \quad (17)$$

No que diz respeito às variações arbitrárias dos campos escalares e de gauge  $\phi$  e  $A_\mu$  obtemos as seguintes equações de movimento.

$$(\square + m^2)\phi = -ieA_\mu\partial^\mu\phi - ie\partial^\mu(\phi A_\mu) + e^2A^2\phi, \quad (18)$$

$$(\square + m^2)\phi^* = ieA_\mu\partial^\mu\phi^* + ie\partial^\mu(\phi^* A_\mu) + e^2A^2\phi^* \quad (19)$$

e

$$(1 - a^2\square)\partial_\nu F^{\mu\nu} = ie(\phi\partial^\mu\phi^* - \phi^*\partial^\mu\phi). \quad (20)$$

# Eletrodinâmica Generalizada de Bopp-Podolsky

No que diz respeito às variações arbitrárias dos campos escalares e de gauge  $\phi$  e  $A_\mu$  obtemos as seguintes equações de movimento.

$$(\square + m^2)\phi = -ieA_\mu\partial^\mu\phi - ie\partial^\mu(\phi A_\mu) + e^2A^2\phi, \quad (18)$$

$$(\square + m^2)\phi^* = ieA_\mu\partial^\mu\phi^* + ie\partial^\mu(\phi^* A_\mu) + e^2A^2\phi^* \quad (19)$$

e

$$(1 - a^2\square)\partial_\nu F^{\mu\nu} = ie(\phi\partial^\mu\phi^* - \phi^*\partial^\mu\phi). \quad (20)$$

A equação (20) pode ser reescrita como

$$(\square\eta^{\mu\nu} - \partial^\mu\partial^\nu)(1 + a^2\square)A_\nu = ie[\phi\partial^\mu\phi^* - \phi^*\partial^\mu\phi]. \quad (21)$$

# Eletrodinâmica Generalizada de Bopp-Podolsky

No que diz respeito às variações arbitrárias dos campos escalares e de gauge  $\phi$  e  $A_\mu$  obtemos as seguintes equações de movimento.

$$(\square + m^2)\phi = -ieA_\mu\partial^\mu\phi - ie\partial^\mu(\phi A_\mu) + e^2A^2\phi, \quad (18)$$

$$(\square + m^2)\phi^* = ieA_\mu\partial^\mu\phi^* + ie\partial^\mu(\phi^* A_\mu) + e^2A^2\phi^* \quad (19)$$

e

$$(1 - a^2\square)\partial_\nu F^{\mu\nu} = ie(\phi\partial^\mu\phi^* - \phi^*\partial^\mu\phi). \quad (20)$$

A equação (20) pode ser reescrita como

$$(\square\eta^{\mu\nu} - \partial^\mu\partial^\nu)(1 + a^2\square)A_\nu = ie[\phi\partial^\mu\phi^* - \phi^*\partial^\mu\phi]. \quad (21)$$

As soluções clássicas livres correspondentes para (21) satisfazem

$$(\square\eta^{\mu\nu} - \partial^\mu\partial^\nu)A_\nu = 0 \quad (22)$$

ou

$$(1 + a^2\square)A_\mu = 0 \quad (23)$$

representa um modo massivo extra de  $1/a^2$  para o campo.

Analisaremos agora a densidade lagrangiana de Podolsky com fixação de gauge de Landau e Feynman-'t Hooft nas seguintes situações abaixo.

Feynman-'t Hooft	Landau
$a \neq 0$	$a \neq 0$
$\xi = 1$	$\xi \neq 1$

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (24)$$

$$\mathcal{L}_{PL} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (25)$$

Por conveniência consideremos as seguintes definições,

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}_M = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ \mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} \\ \mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 \\ \mathcal{L}_{GL} = -\frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2 \end{array} \right. \quad (26)$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

A densidade lagrangiana de Podolsky com fixação de gauge de Feynman-'t Hooft é dada por

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$



# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

A densidade lagrangiana de Podolsky com fixação de gauge de Feynman-'t Hooft é dada por

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

Iniciando com a densidade lagrangiana livre de Maxwell temos

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu). \quad (27)$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

A densidade lagrangiana de Podolsky com fixação de gauge de Feynman-'t Hooft é dada por

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

Iniciando com a densidade lagrangiana livre de Maxwell temos

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu). \quad (27)$$

Utilizando as identidades

- 1  $(\partial_\mu A_\nu)(\partial^\mu A^\nu) = -A_\nu\partial_\mu\partial^\mu A^\nu + \partial_\mu(A_\nu\partial^\mu A^\nu),$
- 2  $-(\partial_\mu A_\nu)(\partial^\nu A^\mu) = A_\nu\partial_\mu\partial^\nu A^\mu - \partial_\mu(A_\nu\partial^\nu A^\mu).$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

e substituindo em  $\mathcal{L}_M$

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2} \{-A_\nu \partial_\mu \partial^\mu A^\nu + \partial_\mu (A_\nu \partial^\mu A^\nu) + A_\nu \partial_\mu \partial^\nu A^\mu - \partial_\mu (A_\nu \partial^\nu A^\mu)\}. \quad (28)$$

Fazendo  $A^\mu = \eta^{\mu\nu} A_\nu$ , desprezando o termo de derivada total e substituindo em  $\mathcal{L}_M$

$$\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} A_\mu \{\square \eta^{\mu\nu} - \partial^\nu \partial^\mu\} A_\nu. \quad (29)$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Agora vamos trabalhar com o termo de fixação de gauge,

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Agora vamos trabalhar com o termo de fixação de gauge,

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

Abrindo  $\mathcal{L}_{GF}$  temos

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)(\partial_\nu A^\nu) \quad (30)$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Agora vamos trabalhar com o termo de fixação de gauge,

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

Abrindo  $\mathcal{L}_{GF}$  temos

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)(\partial_\nu A^\nu) \quad (30)$$

Utilizando as identidades a expressão resulta em

$$\mathcal{L}_{GF} = \frac{1}{2}\{A_\mu\partial^\mu\partial^\nu A_\nu - \partial_\mu(A^\mu\partial_\nu A^\nu)\}, \quad (31)$$

descartando os termos de derivada total temos

$$\mathcal{L}_{GF} = \frac{1}{2}A_\mu\{\partial^\mu\partial^\nu\}A_\nu. \quad (32)$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Fazendo agora os cálculos para o termo de Podolsky

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

O termo fica da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} \left\{ \partial_\nu [\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu] \partial^\lambda [\partial_\mu A_\lambda - \partial_\lambda A_\mu] \right\}. \quad (33)$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Fazendo agora os cálculos para o termo de Podolsky

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

O termo fica da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} \left\{ \partial_\nu [\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu] \partial^\lambda [\partial_\mu A_\lambda - \partial_\lambda A_\mu] \right\}. \quad (33)$$

Fazendo o produto dos termos e reorganizando

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} \left\{ [\partial_\nu \partial^\mu A^\nu] [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] - [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] - [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] + [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] [\partial^\lambda \partial_\lambda A_\mu] \right\}.$$



# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Fazendo agora os cálculos para o termo de Podolsky

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2.$$

O termo fica da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} \left\{ \partial_\nu [\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu] \partial^\lambda [\partial_\mu A_\lambda - \partial_\lambda A_\mu] \right\}. \quad (33)$$

Fazendo o produto dos termos e reorganizando

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} \left\{ [\partial_\nu \partial^\mu A^\nu] [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] - [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] - [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] + [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] [\partial^\lambda \partial_\lambda A_\mu] \right\}.$$

Como  $A_\mu$  é um campo clássico que comuta podemos reescrever

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} \left\{ [\partial_\nu \partial^\mu A^\nu] [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] + [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] [\partial^\lambda \partial_\lambda A_\mu] - 2 [\partial_\nu \partial^\nu A^\mu] [\partial^\lambda \partial_\mu A_\lambda] \right\}.$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Desprezando os termos de derivada total e substituindo os resultados em  $\mathcal{L}_P$  temos

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} A_\mu \{ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu . \quad (34)$$

Utilizando as equações (29), (32) e (34) na (24)

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Desprezando os termos de derivada total e substituindo os resultados em  $\mathcal{L}_P$  temos

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} A_\mu \{ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu . \quad (34)$$

Utilizando as equações (29), (32) e (34) na (24)

$$\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} A_\mu \{ \square \eta^{\mu\nu} - \partial^\nu \partial^\mu \} A_\nu$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Desprezando os termos de derivada total e substituindo os resultados em  $\mathcal{L}_P$  temos

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} A_\mu \{ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu . \quad (34)$$

Utilizando as equações (29), (32) e (34) na (24)

$$\mathcal{L}_{GF} = \frac{1}{2} A_\mu \{ \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Desprezando os termos de derivada total e substituindo os resultados em  $\mathcal{L}_P$  temos

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} A_\mu \{ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu . \quad (34)$$

Utilizando as equações (29), (32) e (34) na (24)

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Desprezando os termos de derivada total e substituindo os resultados em  $\mathcal{L}_P$  temos

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} A_\mu \{ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu . \quad (34)$$

Utilizando as equações (29), (32) e (34) na (24)

$$\mathcal{L}_{PF} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2} (\partial_\mu A^\mu)^2$$

# Encontrando o Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Desprezando os termos de derivada total e substituindo os resultados em  $\mathcal{L}_P$  temos

$$\mathcal{L}_P = \frac{a^2}{2} A_\mu \{ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu \} A_\nu . \quad (34)$$

Utilizando as equações (29), (32) e (34) na (24)

Obtemos

$$\mathcal{L}_{PF} = \frac{1}{2} A_\mu \{ \square \eta^{\mu\nu} + a^2 [ \square^2 \eta^{\mu\nu} - \square \partial^\mu \partial^\nu ] \} A_\nu . \quad (35)$$

## Lagrangiana no Espaço dos Momentos

Utilizando as definições:  $\partial^\mu = -ik^\mu$  e  $\square = -k^2$



## Lagrangiana no Espaço dos Momentos

Utilizando as definições:  $\partial^\mu = -ik^\mu$  e  $\square = -k^2$

A inversa é calculada através da expressão:

$$Q^{\mu\nu} P_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu \quad (36)$$

## Lagrangiana no Espaço dos Momentos

Utilizando as definições:  $\partial^\mu = -ik^\mu$  e  $\square = -k^2$

A inversa é calculada através da expressão:

$$Q^{\mu\nu} P_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu \quad (36)$$

com  $P_{\nu\lambda} = \eta_{\nu\lambda}A + k_\nu k_\lambda B$ .

Definindo  $Q^{\mu\nu} = \square\eta^{\mu\nu} + a^2 [\square^2\eta^{\mu\nu} - \square\partial^\mu\partial^\nu]$   
e passando para o espaço dos momentos temos

$$Q^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} [a^2k^4 - k^2] - k^2k^\mu k^\nu a^2 \quad (37)$$

# Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Definindo  $Q^{\mu\nu} = \square\eta^{\mu\nu} + a^2 [\square^2\eta^{\mu\nu} - \square\partial^\mu\partial^\nu]$   
e passando para o espaço dos momentos temos

$$Q^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} [a^2k^4 - k^2] - k^2k^\mu k^\nu a^2 \quad (37)$$

Substituindo o resultado em  $Q^{\mu\nu}P_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu$  a equação fica

$$[\eta^{\mu\nu} (a^2k^4 - k^2) - k^2k^\mu k^\nu a^2] [\eta_{\nu\lambda}A + k_\nu k_\lambda B] = \delta_\lambda^\mu \quad (38)$$

# Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Definindo  $Q^{\mu\nu} = \square\eta^{\mu\nu} + a^2 [\square^2\eta^{\mu\nu} - \square\partial^\mu\partial^\nu]$   
e passando para o espaço dos momentos temos

$$Q^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} [a^2k^4 - k^2] - k^2k^\mu k^\nu a^2 \quad (37)$$

Substituindo o resultado em  $\boxed{Q^{\mu\nu}P_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu}$  a equação fica

$$[\eta^{\mu\nu} (a^2k^4 - k^2) - k^2k^\mu k^\nu a^2] [\eta_{\nu\lambda}A + k_\nu k_\lambda B] = \delta_\lambda^\mu \quad (38)$$

Fazendo os cálculos a expressão acima resulta em

$$[(a^2k^4 - k^2) A] \delta_\lambda^\mu + [(a^2k^4 - k^2) B - k^2a^2A - k^4a^2B] k^\mu k_\lambda = \delta_\lambda^\mu. \quad (39)$$

# Propagador de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft

Analisando a expressão abaixo

$$[(a^2 k^4 - k^2) A] \delta_\lambda^\mu + [(a^2 k^4 - k^2) B - k^2 a^2 A - k^4 a^2 B] k^\mu k_\lambda = \delta_\lambda^\mu. \quad (40)$$

A função  $A$  resulta em

$$A = \frac{1}{a^2 k^4 - k^2}. \quad (41)$$

Enquanto que o valor da função  $B$  é expressa por

$$B = \frac{a^2}{a^2 k^4 - k^2}. \quad (42)$$

O propagador de Podolsky no gauge de Feynman-'t Hooft é

$$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{a^2 k^4 - k^2} (\eta_{\nu\lambda} - a^2 k_\nu k_\lambda). \quad (43)$$

A densidade lagrangiana de Podolsky no gauge de Landau é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2}\partial_\nu F^{\mu\nu}\partial^\lambda F_{\mu\lambda} - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2, \quad (44)$$

com  $a \neq 0$  e  $\xi$  é o parâmetro de gauge.

O propagador de Podolsky no gauge de Landau é

$$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{(a^2k^4 - k^2)k^2} [k^2\eta_{\nu\lambda} + (\xi - a^2k^2\xi - 1)k_\nu k_\lambda]. \quad (45)$$

# Lagrangiana de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Podolsky no gauge de Feynman-'t Hooft na frente de luz é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{PF} = & -\frac{1}{2} \left\{ (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1)^2 + (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2)^2 \right\} - 2\partial^+ A_+ \partial^- A_- + (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) \\ & + (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) - (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-) (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2) \\ & + \frac{\alpha^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho},\end{aligned}\tag{46}$$



# Lagrangiana de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Podolsky no gauge de Feynman-'t Hooft na frente de luz é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{PF} = & -\frac{1}{2} \left\{ (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1)^2 + (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2)^2 \right\} - 2\partial^+ A_+ \partial^- A_- + (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) \\ & + (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) - (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-) (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2) \\ & + \frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho},\end{aligned}\tag{46}$$

com

$$\frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho} = \frac{a^2}{2} \partial_a F^{ba} \partial^c F_{bc} = \frac{a^2}{2} [C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5].\tag{47}$$

# Lagrangiana de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Podolsky no gauge de Feynman-'t Hooft na frente de luz é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{PF} = & -\frac{1}{2} \left\{ (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1)^2 + (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2)^2 \right\} - 2\partial^+ A_+ \partial^- A_- + (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) \\ & + (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) - (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-) (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2) \\ & + \frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho},\end{aligned}\tag{46}$$

com

$$\frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho} = \frac{a^2}{2} \partial_a F^{ba} \partial^c F_{bc} = \frac{a^2}{2} [C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5].\tag{47}$$

Sendo o termo  $C_1$  dado por

$$\begin{aligned}C_1 = & \partial^- (\partial^1 A_- + \partial^+ A_1) \partial^+ (-\partial^1 A_+ - \partial^- A_1) + \partial^- (\partial^2 A_- + \partial^+ A_2) \partial^+ (-\partial^2 A_+ - \partial^- A_2) + \\ & \partial^+ (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) \partial^- (-\partial^1 A_- - \partial^+ A_1) + \partial^+ (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) \partial^- (-\partial^2 A_- - \partial^+ A_2),\end{aligned}\tag{48}$$

# Lagrangiana de Podolsky no Gauge de Feynman-'t Hooft na Frente de Luz

Sendo o termo  $C_2$  dado por

$$\begin{aligned} C_2 = & \partial^- \left( \partial^1 A_- + \partial^+ A_1 \right) \partial^2 \left( -\partial^1 A_2 + \partial^2 A_1 \right) + \partial^- \left( \partial^2 A_- + \partial^+ A_2 \right) \partial^1 \left( -\partial^2 A_1 + \partial^1 A_2 \right) - \\ & \partial^1 \left( -\partial^+ A_1 - \partial^1 A_- \right) \partial^1 \left( \partial^- A_1 + \partial^1 A_+ \right) - \partial^1 \left( -\partial^+ A_1 - \partial^1 A_- \right) \partial^2 \left( \partial^- A_2 + \partial^2 A_+ \right) - \\ & \partial^2 \left( -\partial^+ A_2 - \partial^2 A_- \right) \partial^1 \left( \partial^- A_1 + \partial^1 A_+ \right) - \partial^2 \left( -\partial^+ A_2 - \partial^2 A_- \right) \partial^2 \left( \partial^- A_2 + \partial^2 A_+ \right) - \\ & \partial^1 \left( -\partial^2 A_1 + \partial^1 A_2 \right) \partial^+ \left( -\partial^2 A_+ - \partial^- A_2 \right) - \partial^2 \left( -\partial^1 A_2 + \partial^2 A_1 \right) \partial^+ \left( -\partial^1 A_+ - \partial^- A_1 \right) - \\ & \partial^1 \left( -\partial^2 A_1 + \partial^1 A_2 \right) \partial^- \left( -\partial^2 A_- - \partial^+ A_2 \right) - \partial^2 \left( -\partial^1 A_2 + \partial^2 A_1 \right) \partial^- \left( -\partial^1 A_- - \partial^+ A_1 \right) - \\ & \partial^1 \left( -\partial^- A_1 - \partial^1 A_+ \right) \partial^1 \left( \partial^+ A_1 + \partial^1 A_- \right) - \partial^1 \left( -\partial^- A_1 - \partial^1 A_+ \right) \partial^2 \left( \partial^+ A_2 + \partial^2 A_- \right) - \\ & \partial^2 \left( -\partial^- A_2 - \partial^2 A_+ \right) \partial^1 \left( \partial^+ A_1 + \partial^1 A_- \right) - \partial^2 \left( -\partial^- A_2 - \partial^2 A_+ \right) \partial^2 \left( \partial^+ A_2 + \partial^2 A_- \right) + \\ & \partial^+ \left( \partial^1 A_+ + \partial^- A_1 \right) \partial^2 \left( -\partial^1 A_2 + \partial^2 A_1 \right) + \partial^+ \left( \partial^2 A_+ + \partial^- A_2 \right) \partial^1 \left( -\partial^2 A_1 + \partial^1 A_2 \right), \end{aligned} \tag{49}$$

similarmente os termos  $C_3$ ,  $C_4$  e  $C_5$  possuem a mesma estrutura.

# Propagador de Podolsky no gauge de Feynman-'t Hooft na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky na frente de luz é

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4}F_{ab}F^{ab} + \frac{a^2}{2}\partial_b F^{ab}\partial^c F_{ac} - \frac{1}{2}(\partial_a A^a)^2. \quad (50)$$

# Propagador de Podolsky no gauge de Feynman-'t Hooft na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky na frente de luz é

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4}F_{ab}F^{ab} + \frac{a^2}{2}\partial_b F^{ab}\partial^c F_{ac} - \frac{1}{2}(\partial_a A^a)^2. \quad (50)$$

O propagador de Bopp-Podolsky na frente de luz é

$$P_{ab} = \frac{1}{a^2 k^4 - k^2}(\eta_{ab} - a^2 k_a k_b). \quad (51)$$

# Lagrangiana de Podolsky no Gauge de Landau na Frente de Luz

A lagrangiana de Podolsky no gauge de Landau na frente de luz é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{PL} = & -\frac{1}{2} \left\{ -(\partial^+ A_+ - \partial^- A_-)^2 + \frac{1}{\xi} (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-)^2 + (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1)^2 + \frac{1}{\xi} (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2)^2 \right. \\ & \left. - 2 [(\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) (\partial^1 A_+ + \partial^1 A_-) + (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2)] \right. \\ & \left. + \frac{2}{\xi} (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-) (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2) \right\} + \frac{\alpha^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho} . \end{aligned} \quad (52)$$

# Lagrangiana de Podolsky no Gauge de Landau na Frente de Luz

A lagrangiana de Podolsky no gauge de Landau na frente de luz é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{PL} = & -\frac{1}{2} \left\{ -(\partial^+ A_+ - \partial^- A_-)^2 + \frac{1}{\xi} (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-)^2 + (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1)^2 + \frac{1}{\xi} (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2)^2 \right. \\ & - 2 [(\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) (\partial^1 A_+ + \partial^1 A_-) + (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2)] \\ & \left. + \frac{2}{\xi} (\partial^+ A_+ + \partial^- A_-) (\partial^1 A_1 + \partial^2 A_2) \right\} + \frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho} . \end{aligned} \quad (52)$$

com

$$\frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\rho F_{\mu\rho} = \frac{a^2}{2} \partial_a F^{ba} \partial^c F_{bc} = \frac{a^2}{2} [C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5] . \quad (53)$$

# Propagador de Podolsky no gauge de Landau na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky na frente de luz é

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4}F_{ab}F^{ab} + \frac{a^2}{2}\partial_b F^{ab}\partial^c F_{ac} - \frac{1}{2\xi}(\partial_a A^a)^2. \quad (54)$$



# Propagador de Podolsky no gauge de Landau na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky na frente de luz é

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4}F_{ab}F^{ab} + \frac{a^2}{2}\partial_b F^{ab}\partial^c F_{ac} - \frac{1}{2\xi}(\partial_a A^a)^2. \quad (54)$$

O propagador de Bopp-Podolsky na frente de luz é

$$P_{ab} = \frac{1}{(a^2 k^4 - k^2)k^2} [k^2 \eta_{ab} + (\xi - a^2 k^2 \xi - 1)k_a k_b]. \quad (55)$$

# Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida

A densidade lagrangiana de Podolsky de ordem reduzida com um campo vetorial auxiliar  $B_\mu$  é expressa por

$$\mathcal{L}_{POR} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{a^2}{2}B_\mu B^\mu + a^2\partial_\mu B_\nu F^{\mu\nu}, \quad (56)$$

A variação da ação de ordem reduzida com respeito aos campos  $A_\mu$  e  $B_\mu$  leva às equações acopladas de movimento

$$0 = \frac{\delta S}{\delta A^\mu} = (\square\eta^{\mu\nu} - \partial^\mu\partial^\nu)(A_\nu - a^2B_\nu) = 0, \quad (57)$$

e

$$0 = \frac{\delta S}{\delta B^\mu} = a^2(\partial_\nu F^{\mu\nu} - B^\mu) = 0. \quad (58)$$

# Propagador do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky de ordem reduzida é

$$\mathcal{L}_{POR} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{a^2}{2}B_\mu B^\mu + a^2\partial_\mu B_\nu F^{\mu\nu}. \quad (59)$$

# Propagador do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky de ordem reduzida é

$$\mathcal{L}_{POR} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{a^2}{2}B_\mu B^\mu + a^2\partial_\mu B_\nu F^{\mu\nu}. \quad (59)$$

O propagador do Campo Auxiliar  $B_\mu$  é

$$P^{\mu\nu} = -\frac{1}{a^2}\eta^{\mu\nu}. \quad (60)$$

# Lagrangiana do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida na Frente de Luz

Em termos de coordenadas de frente de luz, podemos reescrever a densidade lagrangiana de ordem reduzida (56) como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{POR} = & -\frac{1}{2} \left\{ (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1)^2 - (\partial^- A_- - \partial^+ A_+)^2 \right\} + \\ & (\partial^- A_1 + \partial^1 A_+) (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) + (\partial^- A_2 + \partial^2 A_+) (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) \\ & - \frac{a^2}{2} (2B_- B^- + B_1 B^1 + B_2 B^2) + a^2 \partial_a B_b F^{ab}, \end{aligned} \quad (61)$$

onde  $a^2 \partial_\mu B_\nu F^{\mu\nu} = a^2 \partial_a B_b F^{ab} = C_6 + C_7 + C_8$ .

# Lagrangiana do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida na Frente de Luz

Sendo o termo  $C_6$  dado por

$$\begin{aligned} C_6 = & -\partial^- B_1 (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) - \partial^- B_2 (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) - \partial^1 B_+ (\partial^1 A_- + \partial^+ A_1) \\ & -\partial^2 B_+ (\partial^2 A_- + \partial^+ A_2) - \partial^1 B_- (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) - \partial^2 B_- (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) \\ & -\partial^+ B_1 (\partial^- A_1 + \partial^1 A_+) - \partial^+ B_2 (\partial^- A_2 + \partial^2 A_+) \end{aligned} \quad (62)$$

# Lagrangiana do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida na Frente de Luz

Sendo o termo  $C_6$  dado por

$$\begin{aligned} C_6 = & -\partial^- B_1 (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) - \partial^- B_2 (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) - \partial^1 B_+ (\partial^1 A_- + \partial^+ A_1) \\ & -\partial^2 B_+ (\partial^2 A_- + \partial^+ A_2) - \partial^1 B_- (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) - \partial^2 B_- (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) \\ & -\partial^+ B_1 (\partial^- A_1 + \partial^1 A_+) - \partial^+ B_2 (\partial^- A_2 + \partial^2 A_+) \end{aligned} \quad (62)$$

enquanto o termo  $C_7$  é

$$C_7 = \partial^- B_- (\partial^+ A_+ - \partial^- A_-) + \partial^+ B_+ (\partial^- A_- - \partial^+ A_+) , \quad (63)$$

# Lagrangiana do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida na Frente de Luz

Sendo o termo  $C_6$  dado por

$$\begin{aligned} C_6 = & -\partial^- B_1 (\partial^+ A_1 + \partial^1 A_-) - \partial^- B_2 (\partial^+ A_2 + \partial^2 A_-) - \partial^1 B_+ (\partial^1 A_- + \partial^+ A_1) \\ & -\partial^2 B_+ (\partial^2 A_- + \partial^+ A_2) - \partial^1 B_- (\partial^1 A_+ + \partial^- A_1) - \partial^2 B_- (\partial^2 A_+ + \partial^- A_2) \\ & -\partial^+ B_1 (\partial^- A_1 + \partial^1 A_+) - \partial^+ B_2 (\partial^- A_2 + \partial^2 A_+) \end{aligned} \quad (62)$$

enquanto o termo  $C_7$  é

$$C_7 = \partial^- B_- (\partial^+ A_+ - \partial^- A_-) + \partial^+ B_+ (\partial^- A_- - \partial^+ A_+) , \quad (63)$$

e o termo  $C_8$  fica,

$$C_8 = \partial^1 B_2 (\partial^1 A_2 - \partial^2 A_1) + \partial^2 B_1 (\partial^2 A_1 - \partial^1 A_2) . \quad (64)$$



# Propagador do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky de ordem reduzida é

$$\mathcal{L}_{POR} = -\frac{1}{4}F_{ab}F^{ab} - \frac{a^2}{2}B_aB^a + a^2\partial_aB_bF^{ab}. \quad (65)$$

# Propagador do Modelo de Bopp-Podolsky de Ordem Reduzida na Frente de Luz

A densidade lagrangiana de Bopp-Podolsky de ordem reduzida é

$$\mathcal{L}_{POR} = -\frac{1}{4}F_{ab}F^{ab} - \frac{a^2}{2}B_a B^a + a^2 \partial_a B_b F^{ab}. \quad (65)$$

O Propagador do Campo Auxiliar  $B_\mu$  na frente de luz é

$$P^{ab} = -\frac{1}{a^2}\eta^{ab}. \quad (66)$$

# Resumo dos Propagadores

Propagadores de Maxwell	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\mu\nu} = -\frac{1}{k^2}\eta_{\mu\nu}$	
$P_{ab} = -\frac{1}{k^2}\eta_{ab}$	
Propagadores de Podolsky	
Feynman-'t Hooft	Landau
Propagadores do Campo Auxiliar $B_\mu$	
Minkowski	Frente de Luz

# Resumo dos Propagadores

Propagadores de Maxwell	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\mu\nu} = -\frac{1}{k^2}\eta_{\mu\nu}$	$P_{\mu\nu} = \frac{1}{k^4}[k_\mu k_\nu(1 - \xi) - k^2\eta_{\mu\nu}]$
$P_{ab} = -\frac{1}{k^2}\eta_{ab}$	$P_{ab} = \frac{1}{k^4}[k_a k_b(1 - \xi) - k^2\eta_{ab}]$
Propagadores de Podolsky	
Feynman-'t Hooft	Landau
Propagadores do Campo Auxiliar $B_\mu$	
Minkowski	Frente de Luz

# Resumo dos Propagadores

Propagadores de Maxwell	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\mu\nu} = -\frac{1}{k^2}\eta_{\mu\nu}$	$P_{\mu\nu} = \frac{1}{k^4}[k_\mu k_\nu(1 - \xi) - k^2\eta_{\mu\nu}]$
$P_{ab} = -\frac{1}{k^2}\eta_{ab}$	$P_{ab} = \frac{1}{k^4}[k_a k_b(1 - \xi) - k^2\eta_{ab}]$
Propagadores de Podolsky	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{a^2 k^4 - k^2}(\eta_{\nu\lambda} - a^2 k_\nu k_\lambda)$	
$P_{ab} = \frac{1}{a^2 k^4 - k^2}(\eta_{ab} - a^2 k_a k_b)$	
Propagadores do Campo Auxiliar $B_\mu$	
Minkowski	Frente de Luz

# Resumo dos Propagadores

Propagadores de Maxwell	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\mu\nu} = -\frac{1}{k^2}\eta_{\mu\nu}$	$P_{\mu\nu} = \frac{1}{k^4}[k_\mu k_\nu(1 - \xi) - k^2\eta_{\mu\nu}]$
$P_{ab} = -\frac{1}{k^2}\eta_{ab}$	$P_{ab} = \frac{1}{k^4}[k_a k_b(1 - \xi) - k^2\eta_{ab}]$
Propagadores de Podolsky	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{a^2k^4 - k^2}(\eta_{\nu\lambda} - a^2k_\nu k_\lambda)$	$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{(a^2k^4 - k^2)k^2}[k^2\eta_{\nu\lambda} + (\xi - a^2k^2\xi - 1)k_\nu k_\lambda]$
$P_{ab} = \frac{1}{a^2k^4 - k^2}(\eta_{ab} - a^2k_a k_b)$	$P_{ab} = \frac{1}{(a^2k^4 - k^2)k^2}[k^2\eta_{ab} + (\xi - a^2k^2\xi - 1)k_a k_b]$
Propagadores do Campo Auxiliar $B_\mu$	
Minkowski	Frente de Luz

# Resumo dos Propagadores

Propagadores de Maxwell	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\mu\nu} = -\frac{1}{k^2}\eta_{\mu\nu}$	$P_{\mu\nu} = \frac{1}{k^4}[k_\mu k_\nu(1-\xi) - k^2\eta_{\mu\nu}]$
$P_{ab} = -\frac{1}{k^2}\eta_{ab}$	$P_{ab} = \frac{1}{k^4}[k_a k_b(1-\xi) - k^2\eta_{ab}]$
Propagadores de Podolsky	
Feynman-'t Hooft	Landau
$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{a^2k^4-k^2}(\eta_{\nu\lambda} - a^2k_\nu k_\lambda)$	$P_{\nu\lambda} = \frac{1}{(a^2k^4-k^2)k^2}[k^2\eta_{\nu\lambda} + (\xi - a^2k^2\xi - 1)k_\nu k_\lambda]$
$P_{ab} = \frac{1}{a^2k^4-k^2}(\eta_{ab} - a^2k_a k_b)$	$P_{ab} = \frac{1}{(a^2k^4-k^2)k^2}[k^2\eta_{ab} + (\xi - a^2k^2\xi - 1)k_a k_b]$
Propagadores do Campo Auxiliar $B_\mu$	
Minkowski	Frente de Luz
$P^{\mu\nu} = -\frac{1}{a^2}\eta^{\mu\nu}$	$P^{ab} = -\frac{1}{a^2}\eta^{ab}$

Propagadores de Klein-Gordon
Minkowski
$P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{k^2 - m^2} \\ \frac{1}{k^2 - m^2} & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{k^2 - m^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Frente de Luz
$P_{FL} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{k^2 - m^2} \\ \frac{1}{k^2 - m^2} & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{k^2 - m^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$



- Obtivemos a densidade lagrangiana do modelo de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau na frente de luz.

- Obtivemos a densidade lagrangiana do modelo de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau na frente de luz.
- Obtivemos os propagadores de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau nas coordenadas de frente de luz.

- Obtivemos a densidade lagrangiana do modelo de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau na frente de luz.
- Obtivemos os propagadores de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau nas coordenadas de frente de luz.
- Encontramos os propagadores do modelo de ordem reduzida de Bopp-Podolsky nas coordenadas da frente de luz.

- Obtivemos a densidade lagrangiana do modelo de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau na frente de luz.
- Obtivemos os propagadores de Podolsky nos gauges de Feynman-'t Hooft e Landau nas coordenadas de frente de luz.
- Encontramos os propagadores do modelo de ordem reduzida de Bopp-Podolsky nas coordenadas da frente de luz.
- Obtivemos uma forma compacta de passar de Minkowski para a frente de luz a partir das matrizes  $M$  e  $N$ .

- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.

- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.
- Analisar a interação do campo de Bopp-Podolsky com os férmions na Frente de luz.

- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.
- Analisar a interação do campo de Bopp-Podolsky com os férmions na Frente de luz.
- Estudar o estado ligado com a teoria de Podolsky na frente de luz.






- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.
- Analisar a interação do campo de Bopp-Podolsky com os férmions na Frente de luz.
- Estudar o estado ligado com a teoria de Podolsky na frente de luz.
- Analisar a quantização canônica na Frente de Luz, passando pela análise das estruturas de vínculos e aplicar ao modelo de Bopp-Podolsky.



- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.
- Analisar a interação do campo de Bopp-Podolsky com os férmions na Frente de luz.
- Estudar o estado ligado com a teoria de Podolsky na frente de luz.
- Analisar a quantização canônica na Frente de Luz, passando pela análise das estruturas de vínculos e aplicar ao modelo de Bopp-Podolsky.
- Calcular o tensor energia-momento, simetrias e quantidades conservadas tanto no modelo original de Bopp-Podolsky quanto no de ordem reduzida.

- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.
- Analisar a interação do campo de Bopp-Podolsky com os férmions na Frente de luz.
- Estudar o estado ligado com a teoria de Podolsky na frente de luz.
- Analisar a quantização canônica na Frente de Luz, passando pela análise das estruturas de vínculos e aplicar ao modelo de Bopp-Podolsky.
- Calcular o tensor energia-momento, simetrias e quantidades conservadas tanto no modelo original de Bopp-Podolsky quanto no de ordem reduzida.
- Calcular seções de choque na Frente de Luz no modelo de Podolsky e no de ordem reduzida.

- Investigar o efeito da auto energia com Podolsky na frente de luz.
- Analisar a interação do campo de Bopp-Podolsky com os férmions na Frente de luz.
- Estudar o estado ligado com a teoria de Podolsky na frente de luz.
- Analisar a quantização canônica na Frente de Luz, passando pela análise das estruturas de vínculos e aplicar ao modelo de Bopp-Podolsky.
- Calcular o tensor energia-momento, simetrias e quantidades conservadas tanto no modelo original de Bopp-Podolsky quanto no de ordem reduzida.
- Calcular seções de choque na Frente de Luz no modelo de Podolsky e no de ordem reduzida.
- Aplicar a técnica desenvolvida neste trabalho para calcular o propagador de Podolsky na Frente de Luz em outros gauges.

-  BRODSKY, S. J.; PAULI, H. C.; PINSKY, S. S. **Physics Reports**. 301, 299, 1998.
-  JI, C.; SUZUKI, A. T.; SALES, J. H. O.; THIBES, R. S. **Pauli-Villar Regularization Elucidated in Bopp-Podolsky's Generalized Electrodynamics**, arXiv:1902.07632, 2019.
-  PODOLSKY, B. **A Generalized Eletrodynamics - Part I-Non-Quantum**. Physical Review, vol 62, 68 (1942).
-  SALES, J. H. O.; SUZUKI, A. T.; SANTOS, G. S. **Why the Light Front Time  $x^+$  is the Best Time Variable**. Few-Body Systems, p. 1-6, (2015).
-  THIBES, R. S. Reduced Order Podolsky Model. **Brazilian Journal of Physics**, 2016.

-  OLIVEIRA, I. G.; SALES, J. H. O.; THIBES, R. S. Field Propagators in Generalized Bopp-Podolsky Scalar Electrodynamics with Covariant and Light-Front Coordinates. XXXIX Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos - Campos do Jordão - SP, Setembro de 2018.
-  POSSIDONIO, D.N.; OLIVEIRA, I. G.; SALES, J. H. O. **Reversão eletrônica via Podolsky na frente de luz.** 4º Simpósio de Ensino, Extensão, Inovação, Pesquisa e Pós-Graduação e 23º Seminário de Iniciação Científica - UESC - Ilhéus-BA, Outubro de 2017.
-  POSSIDONIO, D.N.; OLIVEIRA, I. G.; SALES, J. H. O.; THIBES, R.S. **On the photon propagator of Bopp-Podolsky.** III Encontro com Ciências - UESB - Jequié-BA, Dezembro de 2017.
-  SALES, J. H. O.; SUZUKI, A. T.; POSSIDONIO, D.N.; OLIVEIRA, I. G.; GIROTTO, P. **Transformações de Lorentz na Frente de Luz.** Artigo submetido na RBEF, 2019.

# Agradecimentos

