

Infinito em Matemática e Física – Aspectos Conceituais e Históricos

Ronaldo Thibes
DEBI / UESB

Itapetinga, março de 2013

1

INFINITO

- Princípio de Contagem
- Enumerabilidade
- Conceito de Infinitésimo
- “Espaço Físico” - Finito ou Infinito?

2

Princípio de Contagem

- Contar, um conjunto finito” de objetos, é estabelecer uma bijeção com um subconjunto finito de \mathbb{N} .
- Dizemos que um conjunto de objetos é finito quando existe uma bijeção do mesmo com um subconjunto finito dos naturais.
- Se existir uma aplicação injetiva de \mathbb{N} sobre um conjunto C , o mesmo é dito infinito.
- Ou ainda, um conjunto é infinito se existir uma bijeção entre o mesmo e um subconjunto próprio.

3

Princípio de Contagem

- Axiomas de Peano
Giuseppe Peano (27 August 1858 – 20 April 1932)
- Versão de Hofstadter (1979):
 - Jeannie é um gênio.



4

Princípio de Contagem

- Axiomas de Peano

Giuseppe Peano (27 August 1858 – 20 April 1932)

- Versão de Hofstadter (1979):

- Jeannie é um gênio.
- Todo gênio tem um meta (que também é um gênio).
- Jeannie não é meta de nenhum gênio.
- Gênios diferentes possuem diferentes metas.
- Se Jeannie tem X, e cada gênio repassa X para seu meta, então todos os gênios recebem X.

5

Princípio de Contagem

Axiomas de Peano

Arithmetices Principia: Nova Methodo Exposita (1889)

- 1 é um número.
- Se n é um número, o sucessor de n é um número.
- 1 não é sucessor de nenhum número.
- Dois números com iguais sucessores são iguais entre si. (A função sucessor é injetiva.)
- Se um conjunto S de números contém 1 e também o sucessor de todo número em S , então todo número está em S .

6

Enumerabilidade

- Georg Ludwig Cantor (1845 – 1918)
- Um conjunto é dito enumerável, quando pode ser colocado em bijeção com um subconjunto dos naturais \mathbb{N} .
- Exemplos:
 - naturais, inteiros \rightarrow enumeráveis
 - reais, complexos \rightarrow não-enumeráveis

7

Os racionais são enumeráveis?

$1/1$ $1/2$ $1/3$ $1/4$ $1/5$ $1/6$...

$2/1$ $2/2$ $2/3$ $2/4$ $2/5$ $2/6$...

$3/1$ $3/2$ $3/3$ $3/4$ $3/5$ $3/6$...

$4/1$ $4/2$ $4/3$ $4/4$ $4/5$ $4/6$...

E os reais?

8

	0.	2	3	2	4	5	8	7	6	2	...
	0.	2	1	4	8	7	9	1	8	6	...
	0.	3	4	6	8	9	7	2	3	1	...
	0.	9	1	5	7	4	6	9	8	2	...
	0.	7	7	7	5	9	6	4	1	9	...
	0.	8	1	8	1	2	2	2	4	5	...
	0.	1	1	0	0	2	1	0	4	3	...
	0.	0	0	5	4	8	7	8	5	6	...
	0.	4	5	6	7	8	9	0	1	2	...
.											
.											
.											
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
x =	0.	3	2	7	8	0	3	1	6	3	...

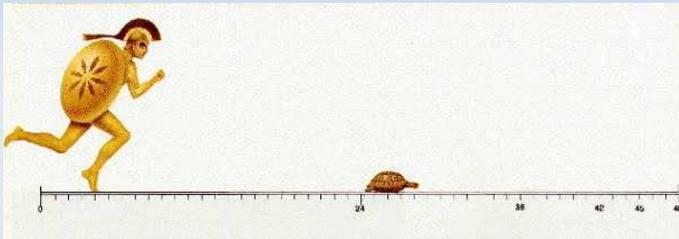
Conceito de Infinitésimo

- Zenão de Elea (490 BC – 430 BC)
- Arquimedes de Siracusa (287 BC – 212 BC)

- Sir Isaac Newton (1643 – 1727)
- Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716)

Conceito de Infinitésimo

- Zenão de Elea (490 BC – 430 BC)



$$1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots = ?$$

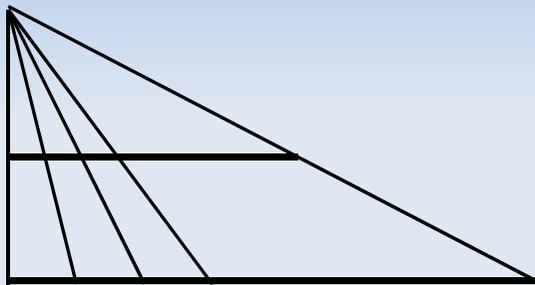
Conceito de Infinitésimo

O Problema do Contínuo

Qual reta possui a maior quantidade de pontos?



Conceito de Infinitésimo



13

Espaço Físico – Finito ou Infinito?

- O que é "espaço físico" ?
- Uma esfera de raio r , é finita ou infinita?
- Quantas "dimensões tem o universo"?
- Será que "vivemos no \mathbb{R}^3 " ?

14

Referências

- Gödel, Escher, Bach an Eternal Golden Braid
Douglas R. Hofstadter
- Cálculo 1 – L. P. M. Maia
- A Mathematician's Apology, G. H. Hardy